INFORMATICA GENERALE II

Ingegneria delle Telecomunicazioni
Università di Trento
A.A. 2003/2004
II Bimestre

Marco Roveri
roveri@irst.itc.it

Template

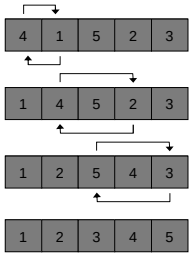
Algoritmi di Odinamento

- Problema: dato un array di elementi (e.g. interi) riordinare gli elementi dell'array in modo che per ogni $1 \leq i \leq N - 1$, $A[i - 1] \leq A[i]$
- Esistono diversi algoritmi con diverse caratteristiche computazionali.
- Nel seguito analizzeremo i più utilizzati per capirne le caratteristiche.

2

Ordinamento per selezione

- Cerco elemento più piccolo dell'array e lo scambio con il primo elemento dell'array.
- Cerco il secondo elemento più piccolo e lo scambio con il secondo elemento dell'array.
- Proseguo in questo modo finchè l'array non è ordinato.



3

Ordinamento per selezione

```
void selectionsort( int A[], int N) {
  for (int i = 0; i < N - 1; i++) {
     int min = i;
     for(int j = i + 1; j < N; j++)
       if (A[j] < A[min]) min = j
     swap(A[i], A[min]);
  }
}
```

4

Caratteristiche algoritmo ordinamento per selezione

- L'algoritmo di ordinamento per selezione effettua circa $n^2/2$ confronti ed n scambi in media.
- Il limite asintottico superiore è $O(n^2)$.

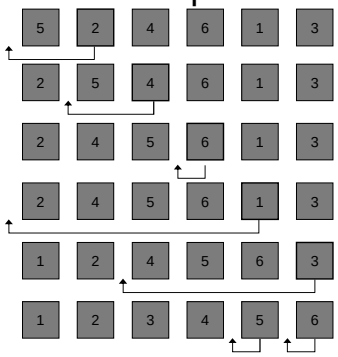
5

Ordinamento per inserzione

- È il metodo usato dai giocatori di carte per ordinare in mano le carte.
- Considero un elemento per volta e lo inserisco al proprio posto tra quelli già considerati (mantenendo questi ultimi ordinati).
  - l'elemento considerato viene inserito nel posto rimasto vacante in seguito allo spostamento di un posto a destra degli elementi più grandi.

6

Ordinamento per inserzione



7

Algoritmo per inserzione

```
void insertsort( int A[], int N) {
  for(int i = N – 1; i > 0; i--) // porto el più piccolo in A[0]
      if (A[i] < A[i-1]) swap(A[i], A[i-1]);
  for(int i = 2; i <= N; i++) {
     int j = i;    int v = A[i];
     while( v < A[j-1] ) {
        A[j] = A[j-1]; j--;
     }
     A[j] = v;
  }
}
```

8

Caratteristiche algoritmo ordinamento per inserzione

- L'algoritmo di ordinamento per inserzione effettua circa $n^2/4$ confronti ed $n^2/4$ scambi in media.
- Il limite asintottico superiore è $O(n^2)$.

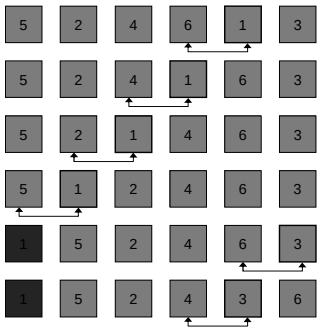
9

Algoritmo Bubble Sort

- Si basa su scambi di elementi adiacenti se necessari, fino a quando non è più richiesto alcuno scambio e l'array risulta ordinato.

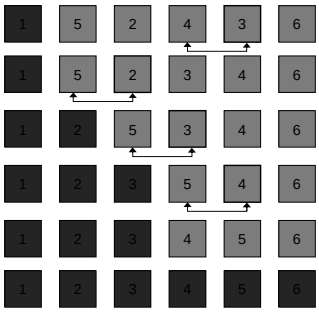
10

Algoritmo bubblesort



11

Algoritmo bubblesort



12

Algoritmo bubblesort

```
void bubblesort(int A[], int N) {
  for( int i = 0; i < N – 1; i++)
    for( int j = N - 1; j > i; j--)
      if (A[j] < A[j-1])
         swap(A[j-1], A[j]);
}
```

13

Caratteristiche algoritmo ordinamento bubblesort

- L'algoritmo di ordinamento bubblesort effettua circa $n^2/2$ confronti ed $n^2/2$ scambi in media.
- Il limite asintottico superiore è $O(n^2)$.

14

Merge di due array ordinati

- Problema: combinare due array ordinati A[N] e B[M] in un terzo array ordinato C[N+M].
- Usiamo un ciclo for che ad ogni iterazione *i* inserisce un elemento in C[*i*].
  - Se A si esaurisce prendiamo prossimi elementi da B;
  - Viceversa, se B si esaurisce prendiamo i prossimi elementi da A;
  - Se abbiamo elementi sia in A che in B, il prossimo elemento inserito *i* sarà il minore tra i due elementi A[*i*] e B[*i*].

15

Merge di due array ordinati

```
int * mergeArray(int A[], int N, int B[], M) {
  int * C = new int [M+N];

  for(int i = 0, j = 0, k = 0; k < M + N; k++) {
    if (i == N) {
      C[k] = B[j++]; continue;
    }
    if (j == M) {
      C[k] = A[i++]; continue;
    }
    if (A[i] < B[j])
       C[k] = A[i++];
    else
       C[k] = B[j++];
  }
  return C;
}
```

O(M + N)

16

Merge di due array ordinati

```
void mergeArray(int A[], int N, int B[], M, int C[]) {
  for(int i = 0, j = 0, k = 0; k < M + N; k++) {
    if (i == N) {
      C[k] = B[j++]; continue;
    }
    if (j == M) {
      C[k] = A[i++]; continue;
    }
    if (A[i] < B[j])
       C[k] = A[i++];
    else
       C[k] = B[j++];
  }
}
```

O(M + N)

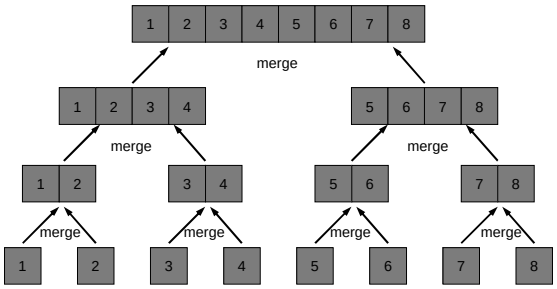
17

Ordinamento MergeSort

- L'algoritmo MergeSort è un esempio tipico di programma ricorsivo di tipo *divide et impera*.
  - L'array A[1] … A[N] è ordinato spezzando l'array in due parti A[1]…A[m] e A[m+1]…A[N], ordinandoli indipendentemente con la stessa tecnica.
  - Merging dei due risultati intermedi.

18

Algoritmo mergesort



Ordinamento MergeSort

```
void MergeSort(int A[], int n) {
  MergeSortAux(A, 0, n-1);
}

void MergeSortAux(int A[], int l, int r)  {
  if (r <= l) return;
  int m = (r+l)/2;
  MergeSortAux(A, l, m);
  MergeSortAux(A, m+1, r);
  merge(A, l, m, r);
}
```


Ordinamento MergeSort

```
void MergeSort(int A[], int n) {
   MergeSortAux(A, 0, n-1);
}

void MergeSortAux (int A[], int l, int r) {
  for(int m = 1; m <= r-l; m = m+m)
     for(int i = l; i <= r-m; i += m + m)
        merge(A, i, i+m-1, min(i+m+m-1, r));
}
```


Caratteristiche algoritmo ordinamento mergesort

- L'algoritmo di ordinamento mergesort effettua circa n log(n) confronti per ordinare un qualunque array di dimensione n.
- Lo spazio ausiliario necessario per ridurre il numero di confronti è proporzionale a n.
- Il limite asintottico superiore è O(n log(n)).

Esercizio

- Sviluppare la funzione *merge* utilizzata nell'algortimo *MergeSort*.
  - Hint: usare un vettore ausiliario che poi è copiato in A prima di ritornare dalla funzione.

Algoritmo quicksort

- È un algoritmo di ordinamento del tipo *divide et impera*.
- Si basa su un processo di partizionamento dell'array in modo che le seguenti tre condizioni siano verificate:
  - Per qualche valore di *i*, l'elemento A[i] si trova al posto giusto.
  - Tutti gli elementi A[1],…,A[i-1] sono minori od uguali ad A[i].
  - Tutti gli elementi A[i+1],…,A[N] sono maggiori od uguali ad A[i].
- L'array è ordinato partizionando ed applicando ricorsivamente il metodo ai sotto array.

Ordinamento quicksort

```
void quicksort(int A[], int N) {
  quicksort_aux(A, 0, N-1);
}

void quicksort_aux(int A[], int l, int r) {
   if  (l <= r) return;
   int i = partition(A,l,r);
   quicksort_aux(A, l, i-1);
   quicksort_aux(A, i+1, r);
}
```

25

Caratteristiche algoritmo ordinamento quicksort

- L'algoritmo di ordinamento quicksort effettua circa n log(n) confronti in media per ordinare un qualunque array di dimensione n.
- Il limite asintottico superiore è O(n log(n)).

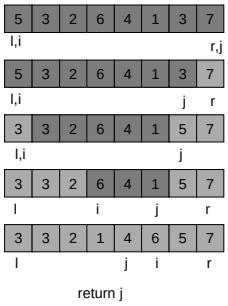
26

Partizionamento dell'array

- Scegliamo arbitrariamente un elemento (e.g. A[r]), che chiameremo *pivot* (o *elemento di partizionamento)*.
- Scandiamo l'array dall'estremità sinistra fino a quando non troviamo un elemento A[i] <= A[r].
- Scandiamo l'array dall'estremità destra fino a che non troviamo un elemento A[j] >= A[r].
- Sambiamo A[i] e A[j], e iteriamo.
- Procedendo in questo modo si arriva ad una situazione in cui gli elementi a sinistra di *i* sono minori di A[r], mentre quelli a destra di *j* sono maggiori di A[r].

27

Partizionamento dell'array



- Partizioniamo a partire da A[1] = 5.
- Gli elementi dell'array precedenti ad A[j] sono minori od uguali a 5.
- Gli elementi dopo A[j] sono maggiori od uguali a 5.

28

Partizionamento dell'array

```
int partition(int A[], int l, int r) {
  int i = l-1, j = r, v = A[r];
  while (true) { // ciclo infinito
    while (A[++i] < v);
    while (v < A[--j]) if (j == l) break;
    if (i >= j) break;
    swap(A[i],A[j]);
  }
  swap(A[i],A[r]);
  return(i);
}
```

29

Analisi delle prestazioni degli algoritmi di sorting

Algoritmo	**Limite superiore asintottico**
selezione	$O(N^2)$
inserimento	$O(N^2)$
bubblesort	$O(N^2)$
mergesort	O(N log(N))
quicksort	O(N log(N))

30

Esercizi

- Trovare, implementare l'algoritmo "shell sort" e comparare limite superiore asintottico con quelli visti a lezione.
- Esistono altri algoritmi di ordinamento?

31

Algoritmo ShellSort

```
void ShellSort(int A[], int l, int r) {
  int h;
  for(h = 1; h <= (r-1)/9; h = 3*h+1);
  for( ; h > 0; h /= 3)
    for(int i = l+h; i <= r; i++) {
       int j = i; int v = A[i];
       while((j >= l + h) && (v < A[j-h])) {
          A[j] = a[j-h];
          j = j - h;
       }
       A[j] = v;
    }
}
```

32

Algoritmo ShellSort

- L'algoritmo ShellSort esegue meno di $O(n^{3/2})$ confronti per come lo abbiamo realizzato.
- Il limite superiore asintottico è $O(n^{3/2})$.
- Usando sequenze particolari di *h* si possono ottenere prestazioni diverse (e.g. $O(n (\log n)^2)$).

33